**บทที่ 5**

**การโปรแกรมเชิงพลวัต (Dynamic Programming)**

การโปรแกรมเชิงพลวัต เป็นเทคนิควิธีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบคล้ายๆ กับ divide & conquer คือมีแนวคิดการแก้ปัญหาใหญ่ๆ โดยทำการแบ่งออกมาเป็นปัญหาย่อย จากนั้นจะนำเอาคำตอบที่ได้มารวมกันเพื่อให้ได้คำตอบในการแก้ปัญหาใหญ่เริ่มต้น วิธีการโปรแกรมเชิงพลวัต เป็นวิธีหนึ่งที่นิยมใช้ ในการหาสภาพการทำงานที่เหมาะสมไม่ว่ากระบวนการมีลักษณะการทำงานเป็นขั้นตอน (stage processes) หรือเป็นฟังค์ชั่นต่อเนื่อง (continuous function ซึ่งสามารถประมาณโดยการทำงานเป็นขั้นตอน) การวิเคราะห์จะแยกเป็นขั้นๆ (stage) โดยแนวทางหรือเส้นทางต่างๆ ที่ทำให้กระบวนการหรือระบบนั้นทำงานได้ และเลือกเส้นทาง หรือแนวทางที่ดีที่สุด ตัวอย่างเช่น การเลือกหาเส้นทางที่ดีที่สุดของการไหลของของไหล เส้นทางที่คุ้มที่สุดในการเดินท่อหรือในการเดินทางเป็นต้น

**ตัวอย่างที่ 4.1** ในการขนส่งสินค้าทางเรือมีข้อกำหนดน้ำหนักของสินค้าที่จะบรรทุกในเรือรวมกันแล้วต้องไม่เกิน 11 ตัน สินค้าที่จะทำการส่งนั้นประกอบไปด้วยสินค้า 4 ชนิดคือ A B C และ D โดยแต่ละชนิดมีน้ำหนักเท่ากับ 2 กิโลกรัม 4 กิโลกรัม 5 กิโลกรัม และ 3 กิโลกรัม สินค้าแต่ละชิ้นมีราคา 18 25 30 และ 20 ตามลำดับ หากต้องการผลกำไรมากที่สุดควรที่จะทำการขนส่งสินค้าอย่างไรโดยที่ต้องได้กำไรสูงสุดและน้ำหนักในการบรรทุกไม่เกิน 11 ตัน

**Max Z = 18A + 25B + 30C + 20D**

**ST. 2A + 4B + 5C + 3D ≤ 11**

**วิธีทำ** จากสมการเป้าหมายและสมการข้อกำหนดเราจะทำการแบ่งปัญหาใหญ่ออกเป็นส่วนๆ ได้ดังนี้

Stage4

Stage3

Stage2

Stage1

S0

S1

S2

S3

S4

A

B

C

D

X4

X3

X2

X1

**ขั้นตอนที่ 1** ทำการพิจารณาที่ Stage1 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า D มีน้ำหนัก 3 ตัน ราคา 20 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S1 | X1 = 0 | X1 = 1 | X1 = 2 | X1 = 3 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 20 | 0 | 0 | 20 |
| 4 | 0 | 20 | 0 | 0 | 20 |
| 5 | 0 | 20 | 0 | 0 | 20 |
| 6 | 0 | 20 | 40 | 0 | 40 |
| 7 | 0 | 20 | 40 | 0 | 40 |
| 8 | 0 | 20 | 40 | 0 | 40 |
| 9 | 0 | 20 | 40 | 60 | 60 |
| 10 | 0 | 20 | 40 | 60 | 60 |
| 11 | 0 | 20 | 40 | 60 | 60 |

**ขั้นตอนที่ 2** ทำการพิจารณาที่ Stage2 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า C มีน้ำหนัก 5 ตัน ราคา 30 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| S2 | X2 = 0 | X2 = 1 | X2 = 2 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 20 | 0 | 0 | 20 |
| 4 | 20 | 0 | 0 | 20 |
| 5 | 20 | 30 | 0 | 30 |
| 6 | 40 | 30 | 0 | 40 |
| 7 | 40 | 30 | 0 | 40 |
| 8 | 40 | 50 | 0 | 50 |
| 9 | 60 | 50 | 0 | 60 |
| 10 | 60 | 50 | 60 | 60 |
| 11 | 60 | 70 | 60 | 70 |

**ขั้นตอนที่ 3** ทำการพิจารณาที่ Stage3 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า B มีน้ำหนัก 4 ตัน ราคา 25 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| S3 | X3 = 0 | X3 = 1 | X3 = 2 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 20 | 0 | 0 | 20 |
| 4 | 20 | 25 | 0 | 25 |
| 5 | 30 | 25 | 0 | 30 |
| 6 | 40 | 25 | 0 | 40 |
| 7 | 40 | 45 | 0 | 45 |
| 8 | 50 | 45 | 50 | 50 |
| 9 | 60 | 55 | 50 | 60 |
| 10 | 60 | 65 | 50 | 65 |
| 11 | 70 | 65 | 70 | 70 |

**ขั้นตอนที่ 4** ทำการพิจารณาที่ Stage4 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า A มีน้ำหนัก 2 ตัน ราคา 18 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S4 | X4 = 0 | X4 = 1 | X4 = 2 | X4 = 3 | X4 = 4 | X4 = 5 |
| 11 | 70 | 78 | 81 | 84 | 92 | 90 |

**ดังนั้นคำตอบที่ได้คือ**

**X4 = 4**

**X3 = 0**

**X2 = 0**

**X1 = 1**

**ผลกำไรสูงสุด = 92**

**จากตัวอย่างที่ 4.1 วิธีการหาค่าผลกำไรสูงสุดและวิธีการที่ใช้หาค่าแบบนี้เรียกว่าการคำนวณการเกี่ยวโยงแบบย้อนหลัง (Backward Recursion)**

**และในตัวอย่างที่ 4.1 กรณีที่จะหาค่าผลกำไรสูงสุดโดยใช้การหาค่าแบบการคำนวณการเกี่ยวโยงแบบไปข้างหน้า (Forward Recursion) แสดงได้ดังต่อไปนี้**

**ขั้นตอนที่ 1** ทำการพิจารณาที่ Stage4 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า A มีน้ำหนัก 2 ตัน ราคา 18 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S4 | X4 = 0 | X4 = 1 | X4 = 2 | X4 = 3 | X4 = 4 | X4 = 5 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| 3 | 0 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| 4 | 0 | 18 | 36 | 0 | 0 | 0 | 36 |
| 5 | 0 | 18 | 36 | 0 | 0 | 0 | 36 |
| 6 | 0 | 18 | 36 | 54 | 0 | 0 | 54 |
| 7 | 0 | 18 | 36 | 54 | 0 | 0 | 54 |
| 8 | 0 | 18 | 36 | 54 | 72 | 0 | 72 |
| 9 | 0 | 18 | 36 | 54 | 72 | 0 | 72 |
| 10 | 0 | 18 | 36 | 54 | 72 | 90 | 90 |
| 11 | 0 | 18 | 36 | 54 | 72 | 90 | 90 |

**ขั้นตอนที่ 2** ทำการพิจารณาที่ Stage3 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า B มีน้ำหนัก 4 ตัน ราคา 25 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| S3 | X3 = 0 | X3 = 1 | X3 = 2 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 18 | 0 | 0 | 18 |
| 3 | 18 | 0 | 0 | 18 |
| 4 | 36 | 25 | 0 | 36 |
| 5 | 36 | 25 | 0 | 36 |
| 6 | 54 | 43 | 0 | 54 |
| 7 | 54 | 43 | 0 | 54 |
| 8 | 72 | 61 | 50 | 72 |
| 9 | 72 | 61 | 50 | 72 |
| 10 | 90 | 79 | 68 | 90 |
| 11 | 90 | 79 | 68 | 90 |

**ขั้นตอนที่ 3** ทำการพิจารณาที่ Stage2 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า C มีน้ำหนัก 5 ตัน ราคา 30 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| S2 | X2 = 0 | X2 = 1 | X2 = 2 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 18 | 0 | 0 | 18 |
| 3 | 18 | 0 | 0 | 18 |
| 4 | 36 | 0 | 0 | 36 |
| 5 | 36 | 30 | 0 | 36 |
| 6 | 54 | 30 | 0 | 54 |
| 7 | 54 | 48 | 0 | 54 |
| 8 | 72 | 48 | 0 | 72 |
| 9 | 72 | 66 | 0 | 72 |
| 10 | 90 | 66 | 60 | 90 |
| 11 | 90 | 84 | 60 | 90 |

**ขั้นตอนที่ 4** ทำการพิจารณาที่ Stage1 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาสินค้า D มีน้ำหนัก 3 ตัน ราคา 20 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S1 | X1 = 0 | X1 = 1 | X1 = 2 | X1 = 3 | Max |
| 11 | 90 | 92 | 76 | 78 | 0 |

**ดังนั้นคำตอบที่ได้คือ**

**X4 = 4**

**X3 = 0**

**X2 = 0**

**X1 = 1**

**ผลกำไรสูงสุด = 92**

**ตัวอย่างที่ 4.2** บริษัทแห่งหนึ่งมีโงงานในการผลิตสินค้า 3 โรงงาน ในปี 2559 ทางโรงงานผลิตได้เสนอแผนลงทุนเพื่อให้บริษัทแม่ทำการพิจารณาโดยนำเสนอจำนวนเงินที่ต้องใช้ และผลกำไรที่คาดว่าจะได้รับซึ่งมีหน่วยเป็นล้านบาท และในปี 2559 นี้ทางบริษัทแม่ได้มีจัดสรรเงินในการลงทุนจำนวน 5 ล้านบาท และการนำเสนอแผนการลงทุนแสดงได้ดังตาราง จงหาว่าทางบริษัทแม่จะเลือกแผนการลงทุนแต่ละโรงงานผลิตอย่างไรให้ได้ผลกำไรมากที่สุด

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| โรงงานที่ | | แผนการลงทุน | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | ลงทุน | 0 | 1 | 2 | 3 |
| กำไร | 0 | 5 | 8 | 9 |
| 2 | ลงทุน | 0 | 2 | 3 | - |
| กำไร | 0 | 6 | 8 | - |
| 3 | ลงทุน | 0 | 1 | 2 | - |
| กำไร | 0 | 4 | 6 | - |

**วิธีทำ** จากสมการเป้าหมายและสมการข้อกำหนดเราจะทำการแบ่งปัญหาใหญ่ออกเป็นส่วนๆ ได้ดังนี้

Stage3

Stage2

Stage1

S0

S1

S2

S3

A

B

C

X3

X2

X1

**กำหนดให้ Si คือจำนวนเงินในการลงทุนของแต่ละโรงงาน**

**Kj คือแผนในการลงทุนของแต่ละโรงงาน**

**4.2.1 การหาค่าแบบการคำนวณการเกี่ยวโยงแบบไปข้างหน้า (Forward Recursion) แสดงได้ดังต่อไปนี้**

**ขั้นตอนที่ 1** ทำการพิจารณาที่ Stage3 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาโรงงานที่ 1 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| S3 | K1 = 1 | K2 = 2 | K3= 3 | K4 = 4 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 5 | 0 | 0 | 5 |
| 2 | 0 | 5 | 8 | 0 | 8 |
| 3 | 0 | 5 | 8 | 9 | 9 |
| 4 | 0 | 5 | 8 | 9 | 9 |
| 5 | 0 | 5 | 8 | 9 | 9 |

**ขั้นตอนที่ 2** ทำการพิจารณาที่ Stage2 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาโรงงานที่ 2 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| S2 | K1 = 1 | K2 = 2 | K3= 3 | Max |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 5 | 0 | 0 | 5 |
| 2 | 8 | 6 | 0 | 8 |
| 3 | 9 | 6+5 = 11 | 8 | 11 |
| 4 | 9 | 6+8 = 14 | 8+5 = 13 | 14 |
| 5 | 9 | 6+9 = 16 | 8+8 = 16 | 16 |

**ขั้นตอนที่ 3** ทำการพิจารณาที่ Stage1 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาย่อยในลำดับแรก ในการพิจารณาครั้งนี้จะทำการพิจารณาโรงงานที่ 3 สามารถสร้างออกมาเป็นตารางได้ดังนี้

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| S3 | K1 = 1 | K2 = 2 | K3= 3 |
| 5 | 16 | 4+14 = 18 | 6+11 = 17 |

**เมื่อผ่านขั้นตอนที่ 3 เราจะเห็นว่ากำไรสูงสุดที่ได้จะมีค่าเท่ากับ 18 ล้านบาทซึ่งเป็นการลงทุนของทั้ง 3 โรงงานผลิต โดยโรงงานผลิตที่ 1 ต้องใช้แผนการลงทุนที่ 3 โรงงานผลิตที่ 2 ต้องใช้แผนการลงทุนที่ 2 และโรงงานผลิตที่ 3 ต้องใช้แผนการลงทุนที่ 2**

**4.2.2 การหาค่าแบบการคำนวณการเกี่ยวโยงแบบย้อนกลับ (Backward Recursion)**

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

**ตัวอย่างที่ 4.3** ในการเดินทางจากซานฟานซิสโกไปยังนิวยอร์ก โดยผ่านเมืองต่างๆ ดังผังการเดินทางตามข่ายงานดังต่อไปนี้

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

San Francisco

Newyork

5

3

2

1

4

6

6

9

7

6

5

2

8

5

2

6

หากต้องการเดินทางจากที่กล่าวมาโดยให้มีระยะทางสั้นที่สุดควรที่จะเดินทางผ่านเมืองไหนบ้างโดยการใช้วิธีแบบการโปรแกรมเชิงพลวัต

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

San Francisco

Newyork

5

3

2

1

4

6

6

9

7

6

5

2

8

5

2

6

Stage 0

Stage 1

Stage 2

Stage 3

Stage 4

**4.3.1** **การหาค่าแบบการคำนวณการเกี่ยวโยงแบบย้อนกลับ (Backward Recursion)**

Stage 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ต้นทาง | ปลายทาง | ระยะทาง |
| 7 | 11 | 6 |
| 8 | 11 | 2 |
| 9 | 11 | 5 |
| 10 | 11 | 8 |

Stage 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ต้นทาง | ปลายทาง | ระยะทาง | D1 | ระยะทางรวม |
| 4 | 7 | 6 | 6 | 12 |
| 8 | 9 | 2 | 11 |
| 5 | 8 | 7 | 2 | 9 |
| 9 | 6 | 5 | 11 |
| 6 | 9 | 5 | 5 | 10 |
| 10 | 2 | 8 | 10 |

Stage 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ต้นทาง | ปลายทาง | ระยะทาง | D1 | ระยะทางรวม |
| 2 | 4 | 2 | 11 | 13 |
| 5 | 1 | 9 | 10 |
| 3 | 5 | 4 | 9 | 13 |
| 6 | 6 | 10 | 16 |

Stage 4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ต้นทาง | ปลายทาง | ระยะทาง | D1 | ระยะทางรวม |
| 1 | 2 | 5 | 10 | 15 |
| 3 | 3 | 13 | 16 |

จากการแก้ปัญหาจะเห็นว่าระยะทางสั้นที่สุดที่จะเดินทางจาก San Francisco ไปยัง Newyork นั้นจะต้องเดินทางดังนี้ 1, 2, 5, 8, 11 มีระยะทางเท่ากับ 15

**4.3.2** **การหาค่าแบบการคำนวณการเกี่ยวโยงแบบไปข้างหน้า (Forward Recursion)**

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..……………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………..………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………………

**แบบฝึกหัด**

1. ในการวางแผนการลงทุนในโครงการต่างๆ ของบริษัทแห่งหนึ่ง ซึ่งมีอยู่ 3 โครงการด้วยกัน บริษัทมีข้อมูลความสัมพันธ์ของผลกำไรที่คาดว่าจะได้ (หน่วยเป็น ล้านบาท) และจำนวนเงินที่ใช้ในการลงทุน (หน่วยเป็น ล้านบาท) แสดงในตาราง ถ้าบริษัทมีเงินที่ใช้ในการลงทุนทั้งหมดไม่เกิน 4 ล้านบาท จงหาว่าบริษัทจะจัดสรรเงินอย่างไรเพื่อที่จะให้ผลกำไรรวม ของ 3 โครงการมากที่สุด

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ผลกำไร | | |
| จำนวนเงินลงทุน | โครงการ 1 | โครงการ 2 | โครงการ 3 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 8 | 7 | 9 |
| 3 | 10 | 11 | 11 |
| 4 | 12 | 12 | 14 |

2. ในการวางแผนประชาสัมพันธ์การขายของบริษัทรถยนต์แห่งหนึ่ง ซึ่งข้อมูลของจำนวนเงินที่ใช้ในการประชาสัมพันธ์ในสื่อต่างๆ ซึ่งมี วิทยุ โทรทัศน์ และหนังสือพิมพ์ (หน่วยเป็น ล้านบาท) กับจำนวนยอดขายรถยนต์ (หน่วยเป็น พันคัน) แสดงในตาราง ถ้าบริษัทมีเงินที่ใช้ในการประชาสัมพันธ์ทั้งหมดไม่เกิน 3 ล้านบาท จงหาว่าบริษัทจะจัดสรรเงินที่ในการประชาสัมพันธ์อย่างไรเพื่อที่จะได้ยอดขายรถยนต์มากที่สุด

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| เงินลงทุนโฆษณา | ยอดขายรถยนต์ที่เพิ่มขึ้น (พันคัน) | | |
| วิทยุ | โทรทัศน์ | หนังสือพิมพ์ |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 4 | 3 |
| 2 | 4 | 6 | 5 |
| 3 | 5 | 10 | 7 |

3. ถ้าต้องการบรรทุกสินค้าลงเรือโดยที่มีสินค้าอยู่ 3 ชนิด แต่ละชนิดมีมูลค่าแต่ละชิ้น และน้ำหนัก

แสดงในตาราง

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ชนิดสินค้า | มูลค่า (แสนบาท) | น้ำหนัก (ตัน) |
| 1 | 3 | 2 |
| 2 | 4 | 3 |
| 3 | 2 | 1 |

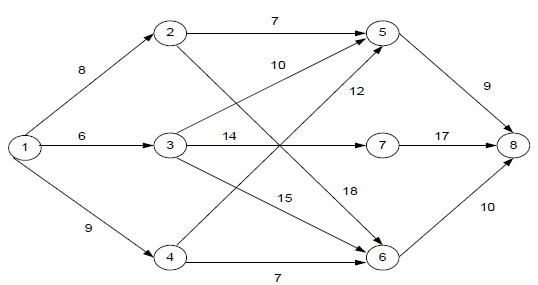
จงหาว่า จะบรรทุกสินค้าแต่ละชนิดลงเรืออย่างละกี่ชิ้น เพื่อให้มูลค่ารวมสินค้าทั้งหมดมากที่สุด ทั้งนี้มีข้อจำกัดว่า เรือรับน้ำหนักได้ไม่เกิน 6 ตัน

4. จงวางแผนการสั่งซื้อสินค้าให้กับบริษัทแห่งหนึ่ง ซึ่งบริษัทจะทำการสั่งซื้อสินค้าทุกวันที่ 1 ของเดือน ในการสั่งซื้อสินค้าแต่ละครั้ง บริษัทจะต้องวางแผนไว้ว่า จำนวนสินค้าที่สั่งซื้อรวมกับจำนวนสินค้าที่มีอยู่ก่อนหน้านั้น อย่างน้อยต้องให้เพียงพอกับความต้องการของเดือนนั้น ๆ แต่ละครั้งที่บริษัทสั่งซื้อสินค้า บริษัทจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ เป็นครั้ง ๆ ไป นอกจากนี้สินค้าที่เหลือจากการขายในแต่ละเดือน บริษัทจะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาอีกด้วย ข้อมูลความต้องการของสินค้า ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า และค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาสินค้าในแต่ละเดือนแสดงในตาราง

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| เดือนที่ | ความต้องการ (ชิ้น) | ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ (บาท) | ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษา (บาทต่อชิ้นต่อเดือน) |
| 1 | 4 | 13 | 2 |
| 2 | 3 | 17 | 3 |
| 3 | 2 | 16 | 2 |

สำหรับราคาสินค้าต่อหน่วย 2 ชิ้นแรก ชิ้นละ 10 บาท และส่วนที่เกิน 2 ชิ้น ชิ้นละ 15 บาท นอกจากนี้ บริษัทต้องการให้มีสินค้าเหลืออยู่ 1 ชิ้น เมื่อสิ้นสุดเดือนที่ 3

5. จงหาเส้นทางที่สั้นที่สุด จากโหนด 1 ไปยังโหนด 8



6. จงหาคำตอบของตัวแบบต่อไปนี้

6.1 การหาค่าสูงสุด Z = 2x1 + 3x2 + 4x3

ภายใต้เงื่อนไข 2x1 + 2x2 + 3x3 ≤ 4

x1, x2, x3 ≥ 0 และเป็นจำนวนเต็ม

6.2 การหาค่าต่ำสุด Z = x1 x2 x3

ภายใต้เงื่อนไข x1 + 2x2 + x3 ≤ 4

x1, x2, x3 ≥ 1 และเป็นจำนวนเต็ม

6.3 การหาค่าสูงสุด Z = x12 + x22 + x3

ภายใต้เงื่อนไข 2x1 + x2 + x3 ≤ 4

x1, x2, x3 ≥ 0 และเป็นจำนวนเต็ม